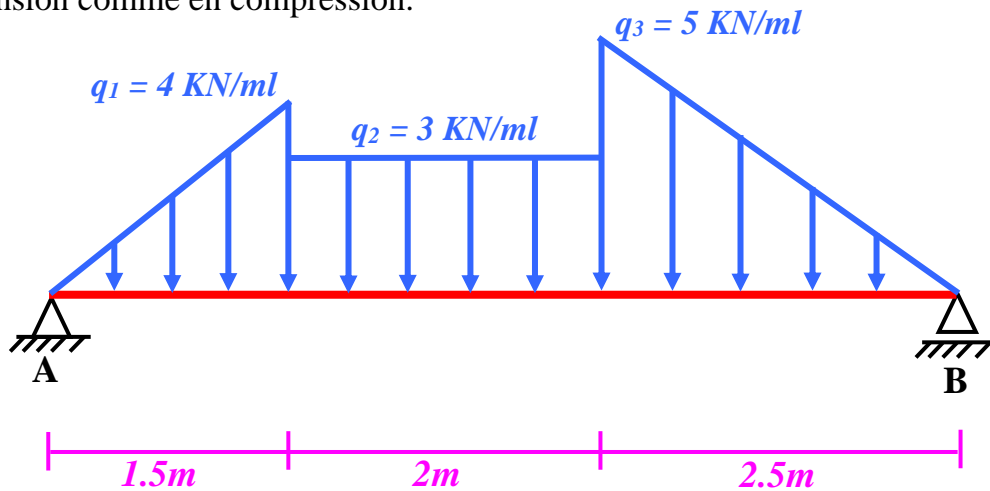
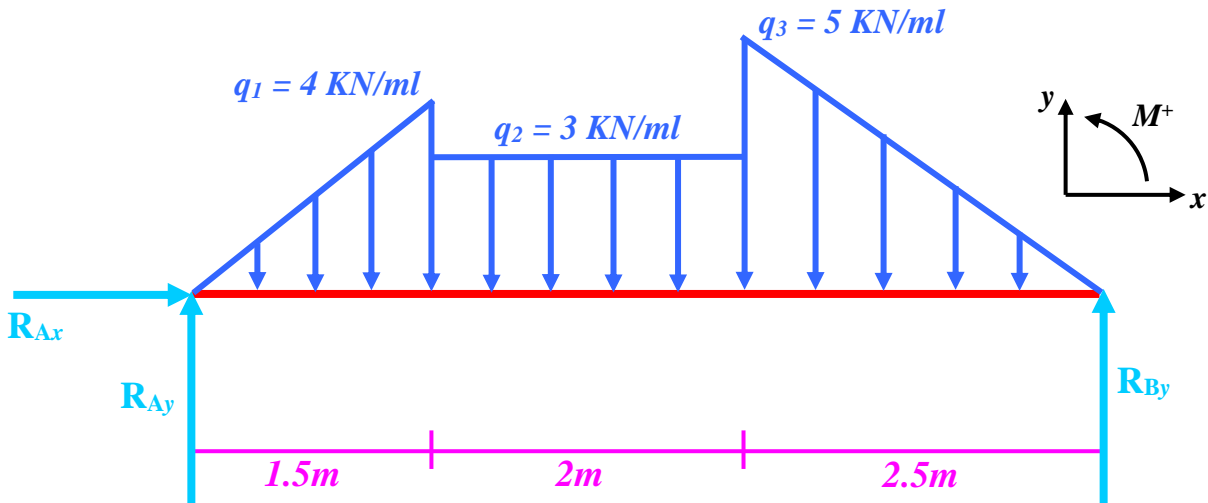


Exercice 03 :

Calculer les dimensions de la poutre rectangulaire illustrée, en tenant compte du fait que la hauteur doit être double de la largeur et la contrainte admissible est de 1400 [Kg/cm²] en tension comme en compression.



Solution :



1-Calcul des réactions d'appuis.

$$\sum F_{/x} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 0$$

$$\begin{aligned} \sum F_{/y} = 0 &\Rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 3 + 6 + 6.25 \\ &\Rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 15.25 \end{aligned}$$

$$\sum M_{/A} = 0 \Rightarrow 6R_{By} = 3 \times \frac{2}{3} \times 1.5 + 6 \times 2.5 + 6.25 \left(3.5 + \frac{1}{3} \times 2.5 \right)$$

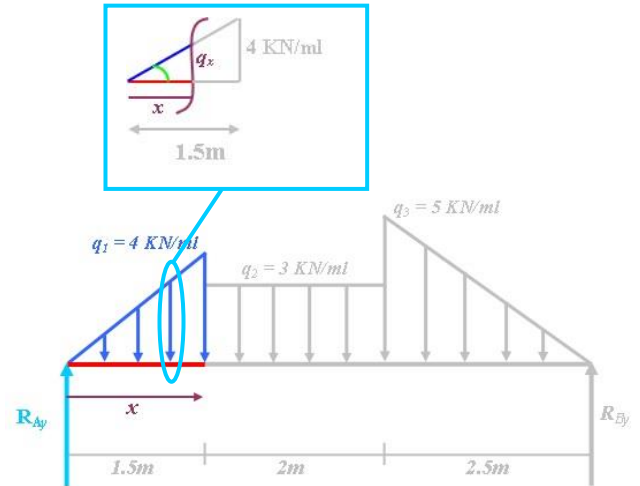
$$R_{By} = 7.51 [KN]; \quad R_{Ay} = 7.74 [KN]$$

2-Etude de l'effort tranchant et le moment fléchissant.

$$0 \leq x < 1.5m$$

$$T(x) = 7.74 - \frac{4}{1.5} x \cdot \frac{x}{2} \begin{cases} T(0) = 7.74 \text{ KN} \\ T(1.5) = 4.74 \text{ KN} \end{cases}$$

$$M(x) = 7.74x - \left(\frac{4}{1.5} x \cdot \frac{x}{2} \right) \times \frac{1}{3} x \begin{cases} M(0) = 0 \\ M(1.5) = 10.11 \text{ KN.m} \end{cases}$$

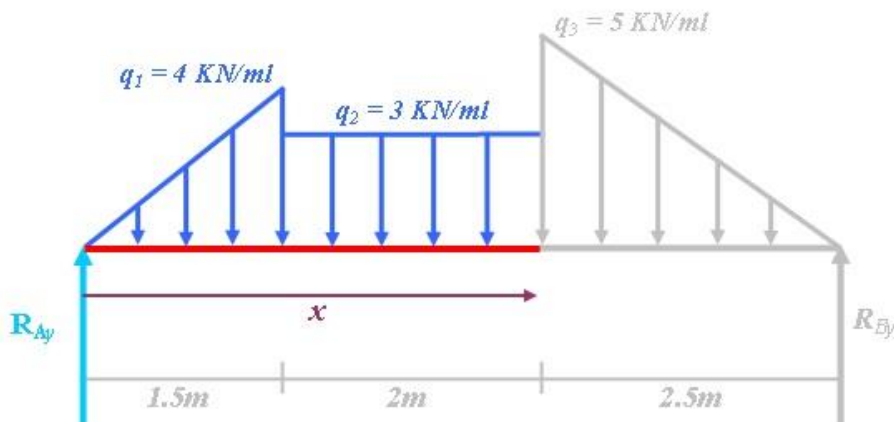


$$1.5 \leq x < 3.5m$$

$$T(x) = 7.74 - \frac{4 \times 1.5}{2} - 3(x-1.5) \begin{cases} T(1.5) = 4.74 \text{ KN} \\ T(3.5) = -1.26 \text{ KN} \end{cases}$$

$$T(x) = 0 \Rightarrow x = 3.08m$$

$$M(x) = 7.74x - \frac{4 \times 1.5}{2} \left(x - \frac{2}{3} \times 1.5 \right) - 3 \frac{(x-1.5)^2}{2} \begin{cases} M(0) = 10.11 \text{ KN.m} \\ M(1.5) = 13.59 \text{ KN.m} \\ M(3.08) = 13.85 \text{ KN.m} \end{cases}$$



$$3.5 \leq x < 6m$$

$$T(x) = 7.74 - \frac{4 \times 1.5}{2} - 3 \times 2 - \left\{ \left[\frac{5}{2.5}(6-x) \right] \times (x-3.5) \right\} - \left\{ \left[5 - \frac{5}{2.5}(6-x) \right] \times \frac{(x-3.5)}{2} \right\}$$

$$T(3.5) = -1.26 \text{ KN}; \quad T(6) = -7.51 \text{ KN}$$

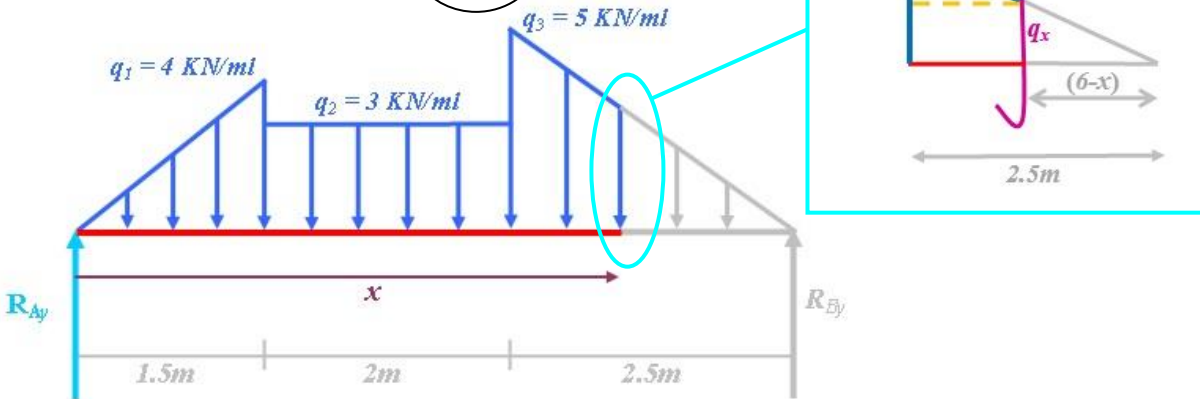
La force
rectangulaire

La force
triangulaire

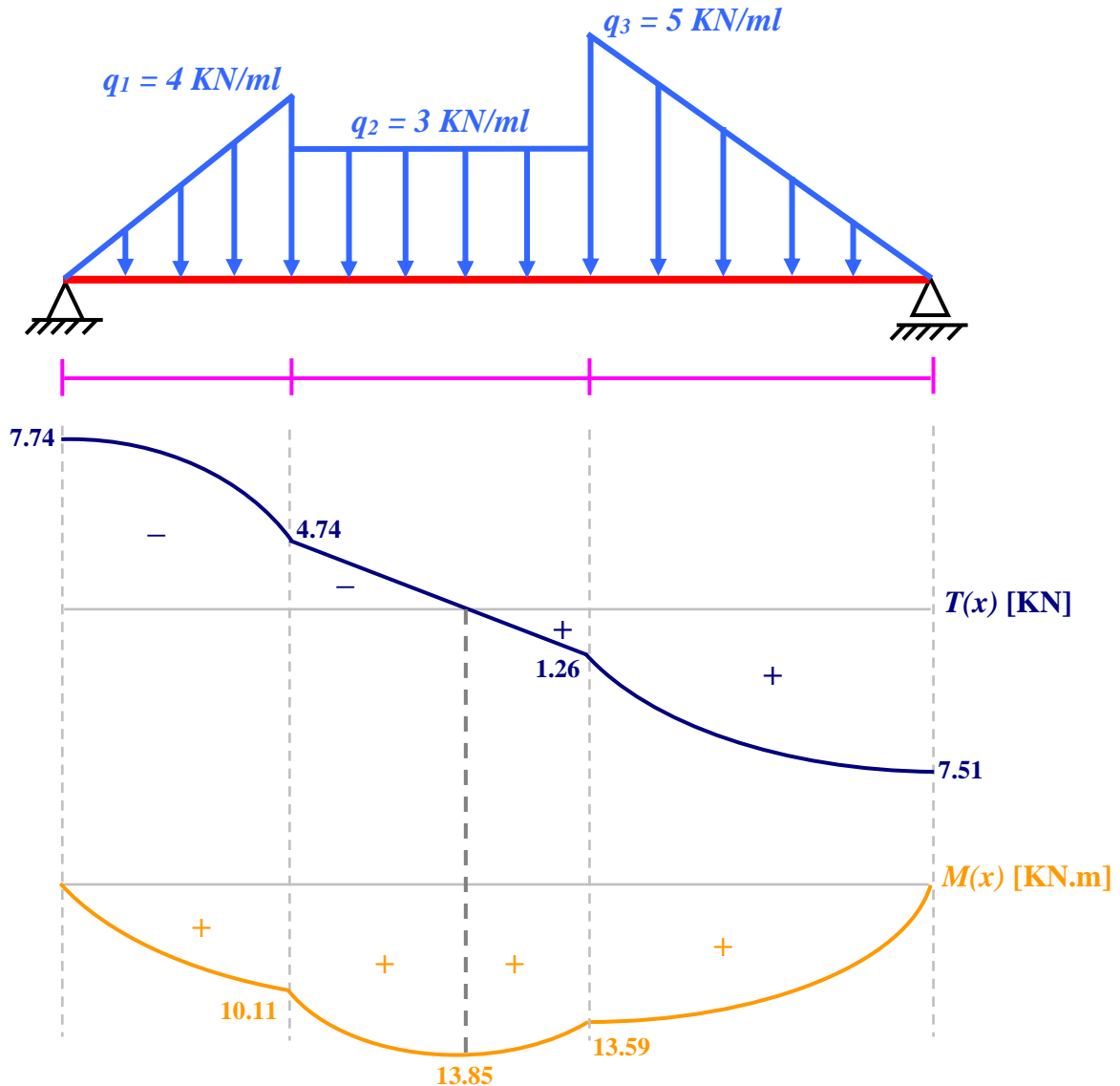
$$M(x) = 7.74x - 3(x-1) - 6(x-2.5) - \left[\frac{5}{2.5}(6-x) \right] \times \frac{(x-3.5)^2}{2} - \left[\left[5 - \frac{5}{2.5}(6-x) \right] \times \frac{(x-3.5)}{2} \right] \times \frac{2}{3}(x-3.5)$$

$$M(3.5) = 13.59 \text{ KN.m}; \quad M(6) = 0$$

Au lieu d'étudier une force de forme trapézoïdale, on la divise en une force rectangulaire plus une force triangulaire (la ligne discontinue)



3-Le tracé des diagrammes de l'effort tranchant et du moment fléchissant.



4-Calcul des dimensions.

Les données sont :

$$y = \frac{h}{2} = b; \quad I = \frac{bh^3}{12} = \frac{4}{3}b^4; \quad M_{\max} = 13.85 \text{ KN.m.}$$

De ce fait ;

La contrainte normale maximale vaut :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{I} y \Rightarrow b \geq \sqrt[3]{\frac{3M_{\max}}{4\sigma_{\max}}}$$

$$\Rightarrow b \geq 42.02 \text{ mm}$$

Donc, il suffit de prendre : $b=43$ [mm] , $h = 86$ [mm]