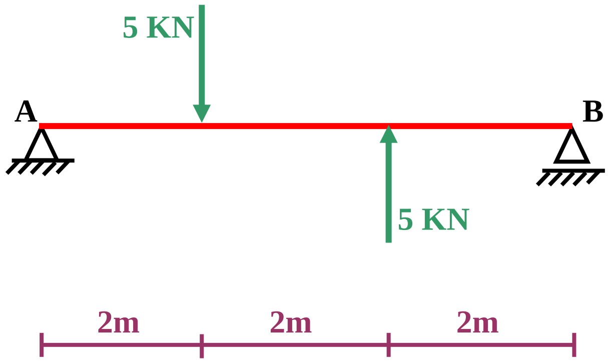
Exercice 01 :

Soit une poutre simplement appuyée de 6m de long, chargée par deux forces opposées « F_1 et F_2 » tel qu'illustrée sur la figure. Calculer la flèche à mi-portée et la rotation angulaire dans l'appui « B » sachant que « *E.I* » est constant.



Solution :

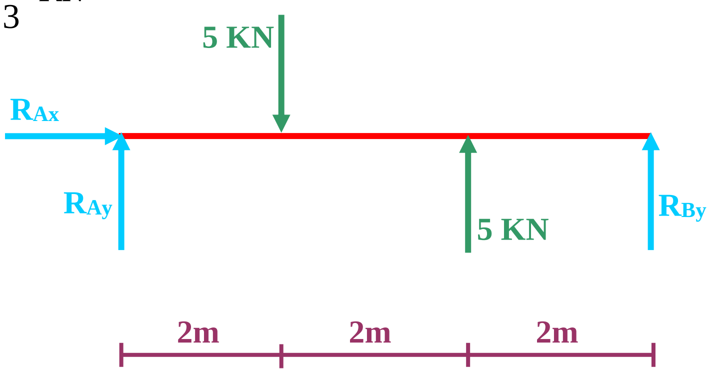
Pour résoudre le problème avec la méthode de Mohr, on doit passer par un exercice intermédiaire appeler « état (b) ». Cet état (b) désigne la même poutre de l'exercice (6m de long, simplement appuyée) mais chargée par une seule force unitaire « F = 1 » concentrée au point où on veut connaître la flèche.

Etat (a) « le problème donné »

$$R_{A_x} = 0$$

$$R_{A_y} + R_{B_y} = 0$$

$$\Sigma M_{/A} = 0 \Rightarrow R_{B_y} = \frac{-5}{3} KN; \quad R_{A_y} = \frac{-5}{3} KN$$



$0 \le x < 2m$

$$M(x) = \frac{5}{3}x$$

$2 \le x < 4m$

$$M(x) = \frac{5}{3}x - 5(x-2) = \frac{-10}{3}x + 10$$

$4 \le x < 6m$

$$M(x) = \frac{5}{3}x - 5(x-2) + 5(x-4) = \frac{5}{3}x - 10$$

Etat (b) « Problème avec force concentrée unitaire »

$R_{A_x} = 0$

$R_{A_y} + R_{B_y} = 1$

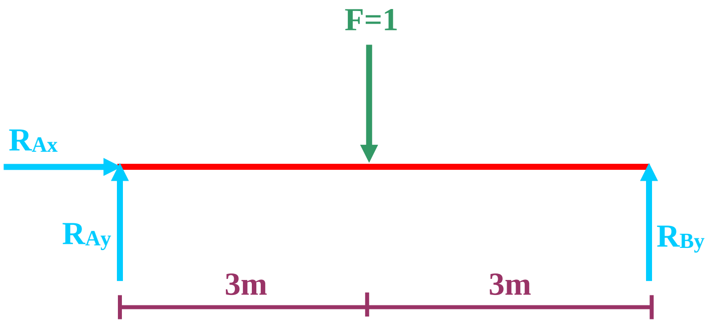
$\Sigma M_{/A} = 0 \Rightarrow R_{B_y} = \frac{1}{2}; \quad R_{A_y} = \frac{1}{2}$

$0 \leq x < 3m$

$M(x) = \frac{1}{2}x$

$3 \leq x < 6m$

$M(x) = \frac{1}{2}x - (x-3) = -\frac{1}{2}x + 3$



Selon l'intégrale de Mohr, la flèche est : $f = \Sigma \int_0^6 \frac{M_a M_b}{EI} dx$

$$\int_0^2 \left(\frac{5}{3}x\right)\left(\frac{1}{2}x\right)dx = \frac{20}{9}$$

$$\int_2^3 \left(-\frac{10}{3}x + 10\right)\left(\frac{1}{2}x\right)dx = \frac{35}{18}$$

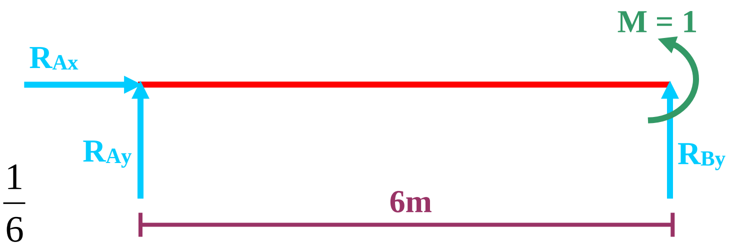
$$\int_2^3 \left(-\frac{10}{3}x + 10\right)\left(-\frac{1}{2}x + 3\right)dx = -\frac{35}{18}$$

$$\int_2^3 \left(\frac{5}{3}x - 10\right)\left(-\frac{1}{2}x + 3\right)dx = -\frac{20}{9}$$

On constate que la flèche à mi-portée est nulle.

Pour connaître la rotation angulaire dans l'appui « B », l'état (b) devient un moment appliqué à l'appui.

Etat (b)



$$R_{A_x} = 0$$

$$R_{A_y} + R_{B_y} = 0$$

$$\Sigma M_{/A} = 0 \Rightarrow R_{B_y} = -\frac{1}{6}; \quad R_{A_y} = \frac{1}{6}$$

$$0 \leq x < 6m$$

$$M(x) = \frac{1}{6}x$$

Selon l'intégrale de Mohr, la déformation angulaire est : $f = \Sigma \int_0^6 \frac{M_a M_b}{EI} dx$

$$\int_0^2 \left(\frac{5}{3}x\right)\left(\frac{1}{6}x\right)dx = \frac{20}{27}$$

$$\int_2^4 \left(-\frac{10}{3}x+10\right)\left(\frac{1}{6}x\right)dx = \frac{30}{27}$$

$$\int_4^6 \left(\frac{5}{3}x-10\right)\left(\frac{1}{6}x\right)dx = -\frac{70}{27}$$

La déformation angulaire à l'appui « B »: $\theta_B = \frac{-20}{27EI}[rad]$